

Họ, tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 5 học sinh?

- A. 5!. B. A_5^3 . C. C_5^3 . D. 5^3 .

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Giá trị của u_3 bằng

- A. 6. B. 9. C. 4. D. 5.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	1	-1	1	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?

- A. $(-2; 2)$. B. $(0; 2)$. C. $(-2; 0)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

Điểm cực đại của hàm số đã cho là:

- A. $x = -3$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $x = -2$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	1	3	5	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

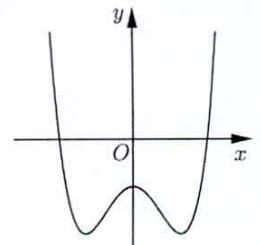
- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng:

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = -2$.

Câu 7. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- A. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.
 C. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. D. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.



Câu 8. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- A. 0. B. 1. C. 2. D. -2.

Câu 9. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(9a)$ bằng

- A. $\frac{1}{2} + \log_3 a$. B. $2 \log_3 a$. C. $(\log_3 a)^2$. D. $2 + \log_3 a$.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y = 2^x$ là:

- A. $y' = 2^x \ln 2$. B. $y' = 2^x$. C. $y' = \frac{2^x}{\ln 2}$. D. $y' = x2^{x-1}$.

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3}$ bằng

- A. a^6 . B. $a^{\frac{3}{2}}$. C. $a^{\frac{2}{3}}$. D. $a^{\frac{1}{6}}$.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $5^{2x-4} = 25$ là:

- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_2(3x) = 3$ là:

- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = \frac{8}{3}$. D. $x = \frac{1}{2}$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = 3x^2 - 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\int f(x) dx = 3x^3 - x + C$. B. $\int f(x) dx = x^3 - x + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}x^3 - x + C$. D. $\int f(x) dx = x^3 - C$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = \cos 2x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$. B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$.
C. $\int f(x) dx = 2 \sin 2x + C$. D. $\int f(x) dx = -2 \sin 2x + C$.

Câu 16. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 5$ và $\int_2^3 f(x) dx = -2$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

- A. 3. B. 7. C. -10. D. -7.

Câu 17. Tích phân $\int_1^2 x^3 dx$ bằng

- A. $\frac{15}{3}$. B. $\frac{17}{4}$. C. $\frac{7}{4}$. D. $\frac{15}{4}$.

Câu 18. Số phức liên hợp của số phức $z = 3 + 2i$ là:

- A. $\bar{z} = 3 - 2i$. B. $\bar{z} = 2 + 3i$. C. $\bar{z} = -3 + 2i$. D. $\bar{z} = -3 - 2i$.

Câu 19. Cho hai số phức $z = 3 + i$ và $w = 2 + 3i$. Số phức $z - w$ bằng

- A. $1 + 4i$. B. $1 - 2i$. C. $5 + 4i$. D. $5 - 2i$.

Câu 20. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $3 - 2i$ có tọa độ là

- A. $(2; 3)$. B. $(-2; 3)$. C. $(3; 2)$. D. $(3; -2)$.

Câu 21. Một khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối chóp đó bằng

- A. 10. B. 30. C. 90. D. 15.

Câu 22. Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2; 3; 7 bằng

- A. 14. B. 42. C. 126. D. 12.

Câu 23. Công thức tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy r và chiều cao h là:

- A. $V = \pi rh$. B. $V = \pi r^2 h$. C. $V = \frac{1}{3} \pi rh$. D. $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

Câu 24. Một hình trụ có bán kính đáy $r = 4$ cm và độ dài đường sinh $l = 3$ cm. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

- A. $12\pi \text{ cm}^2$. B. $48\pi \text{ cm}^2$. C. $24\pi \text{ cm}^2$. D. $36\pi \text{ cm}^2$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$ và $B(3;1;0)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

- A. $(4;2;2)$. B. $(2;1;1)$. C. $(2;0;-2)$. D. $(1;0;-1)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$ có bán kính bằng

- A. 9. B. 3. C. 81. D. 6.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;-2;1)$?

- A. $(P_1): x + y + z = 0$. B. $(P_2): x + y + z - 1 = 0$.
C. $(P_3): x - 2y + z = 0$. D. $(P_4): x + 2y + z - 1 = 0$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1;-2;1)$?

- A. $\vec{u}_1 = (1;1;1)$. B. $\vec{u}_2 = (1;2;1)$. C. $\vec{u}_3 = (0;1;0)$. D. $\vec{u}_4 = (1;-2;1)$.

Câu 29. Chọn ngẫu nhiên một số trong 15 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số chẵn bằng

- A. $\frac{7}{8}$. B. $\frac{8}{15}$. C. $\frac{7}{15}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = \frac{x+1}{x-2}$. B. $y = x^2 + 2x$. C. $y = x^3 - x^2 + x$. D. $y = x^4 - 3x^2 + 2$.

Câu 31. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $[0;2]$. Tổng $M + m$ bằng

- A. 11. B. 14. C. 5. D. 13.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{4-x^2} \geq 27$ là

- A. $[-1;1]$. B. $(-\infty;1]$. C. $[-\sqrt{7};\sqrt{7}]$. D. $[1;+\infty)$.

Câu 33. Nếu $\int_1^3 [2f(x)+1] dx = 5$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

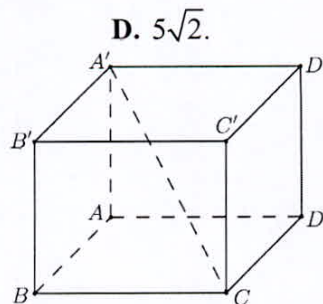
- A. 3. B. 2. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 34. Cho số phức $z = 3 + 4i$. Môđun của số phức $(1+i)z$ bằng

- A. 50. B. 10. C. $\sqrt{10}$. D. $5\sqrt{2}$.

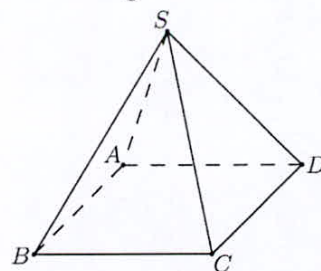
Câu 35. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = 2$ và $AA' = 2\sqrt{2}$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng CA' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 30° . B. 45° .
C. 60° . D. 90° .



Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng 2 và độ dài cạnh bên bằng 3 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. $\sqrt{7}$. B. 1.
C. 7. D. $\sqrt{11}$.



Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm là gốc tọa độ O và đi qua điểm $M(0;0;2)$ có phương trình là:

A. $x^2 + y^2 + z^2 = 2$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

C. $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$.

D. $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 2$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;-1)$ và $B(2;-1;1)$ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-3t \\ z = -1+2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-3t \\ z = 1+2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -3+2t \\ z = 2-t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+2t \\ z = -t \end{cases}$

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(2x) - 4x$ trên đoạn

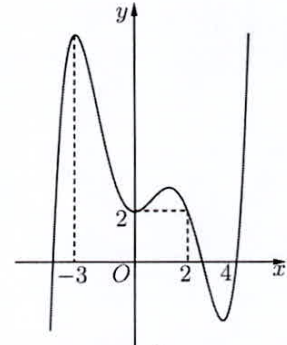
$\left[-\frac{3}{2}; 2\right]$ bằng

A. $f(0)$.

B. $f(-3) + 6$.

C. $f(2) - 4$.

D. $f(4) - 8$.



Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y có không quá 10 số nguyên x thỏa mãn $(2^{x+1} - \sqrt{2})(2^x - y) < 0$?

A. 1024.

B. 2047.

C. 1022.

D. 1023.

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2 - 2x + 3 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(2 \sin x + 1) \cos x dx$ bằng

A. $\frac{23}{3}$.

B. $\frac{23}{6}$.

C. $\frac{17}{6}$.

D. $\frac{17}{3}$.

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$ và $(z+2i)(\bar{z}-2)$ là số thuần ảo?

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 4.

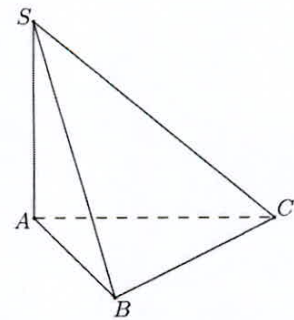
Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) bằng 45° (tham khảo hình bên). Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3}{8}$.

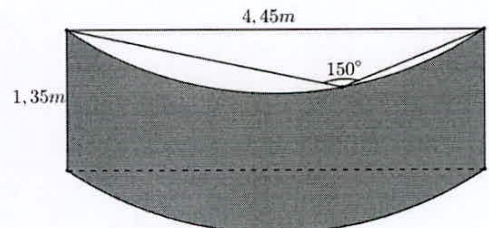
B. $\frac{3a^3}{8}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

D. $\frac{a^3}{4}$.



Câu 44. Ông Bình làm lan can ban công ngôi nhà của mình bằng một tấm kính cường lực. Tấm kính đó là một phần của mặt xung quanh của một hình trụ như hình bên. Biết giá tiền của $1m^2$ kính như trên là 1.500.000 đồng. Hỏi số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) mà ông Bình mua tấm kính trên là bao nhiêu?



A. 23.591.000 đồng.

B. 36.173.000 đồng.

C. 9.437.000 đồng.

D. 4.718.000 đồng.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-3=0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$, $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$. Đường thẳng vuông góc với (P) , đồng thời cắt cả d_1 và d_2 có phương trình là:

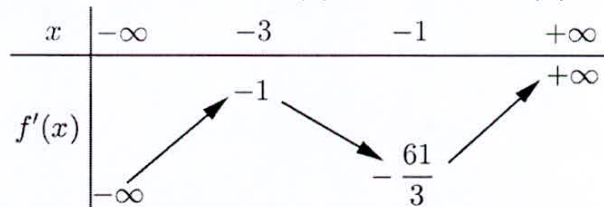
A. $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{-1}$.

B. $\frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-2}$.

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{-1}$.

D. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

Câu 46. Cho $f(x)$ là hàm số bậc bốn thỏa mãn $f(0)=0$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số $g(x) = |f(x^3) - 3x|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. 2.

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên a ($a \geq 2$) sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn:

$$(a^{\log x} + 2)^{\log a} = x - 2?$$

A. 8.

B. 9.

C. 1.

D. Vô số.

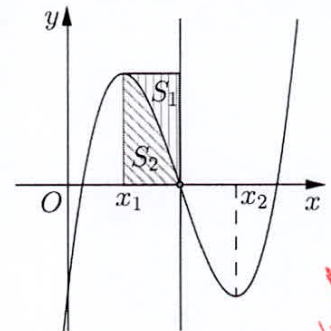
Câu 48. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Biết hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_2 = x_1 + 2$ và $f(x_1) + f(x_2) = 0$. Gọi S_1 và S_2 là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình bên. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{5}{8}$.

C. $\frac{3}{8}$.

D. $\frac{3}{5}$.



Câu 49. Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|=1, |z_2|=2$ và $|z_1 - z_2| = \sqrt{3}$. Giá trị lớn nhất của $|3z_1 + z_2 - 5i|$ bằng

A. $5 - \sqrt{19}$.

B. $5 + \sqrt{19}$.

C. $-5 + 2\sqrt{19}$.

D. $5 + 2\sqrt{19}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3)$ và $B(6;5;5)$. Xét khối nón (N) có đỉnh A , đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB . Khi (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình dạng $2x + by + cz + d = 0$. Giá trị của $b+c+d$ bằng

A. -21.

B. -12.

C. -18.

D. -15.

----- HẾT -----

LỜI GIẢI ĐỀ THI THAM KHẢO THPT QG TOÁN 2021

(Lê Phúc Lữ tổng hợp và giới thiệu)

1. Bảng đáp án.

1C	2D	3B	4D	5A	6A	7B	8C	9D	10A
11B	12A	13C	14B	15A	16A	17D	18A	19B	20D
21A	22B	23D	24C	25B	26B	27A	28D	29C	30C
31D	32A	33D	34D	35B	36A	37B	38A	39C	40A
41B	42C	43A	44C	45A	46A	47A	48D	49B	50C

2. Phân tích sơ bộ.

a. Cấu trúc đề (số câu từng chương).

- (1) Chương Ứng dụng đạo hàm: 10.
- (2) Chương Hàm số lũy thừa, mũ & logarit: 8.
- (3) Chương Nguyên hàm & tích phân: 7.
- (4) Chương Số phức: 6.
- (5) Chương Thể tích khối đa diện: 3.
- (6) Chương Khối tròn xoay: 3.
- (7) Chương Hình giải tích trong không gian: 8.
- (8) Lớp 11:
 - + Đại số & giải tích: 3.
 - + Hình học: 2.

b. Nhận xét.

- Các câu khó, mức độ 4 thuộc về các phần: (1), (2), (3), (4), (7).
- Các câu mức độ 3 có khoảng 10 câu và có đủ ở các phần, còn lại 35 câu mức 1-2.
- Nội dung của lớp 11 chiếm 10%, các câu mức độ 1-2.
- Các câu ở mỗi mức độ đang được sắp xếp theo từng chương (giống năm 2017), nhưng đề chính thức chắc không như thế.
- So về mức độ thì đề này dễ hơn đề chính thức năm 2019 nhưng khó hơn đề năm 2020.
- Không có xuất hiện phần: *lượng giác, bài toán vận tốc, bài toán lãi suất, phương trình tiếp tuyến, khoảng cách đường chéo nhau.*
- Về 5 câu khó nhất (vận dụng cao): *câu 46, biện luận số cực trị của hàm chứa trị tuyệt đối là khó nhất đề, đòi hỏi thực hiện nhiều bước; câu 47, 48, 49 đòi hỏi có các kinh nghiệm nhất định ở dạng này để chọn hướng tiếp cận đúng mới xử lý nhanh gọn được; câu 50 có nét mới là kết hợp nhiều chương: khối tròn xoay, tìm giá trị lớn nhất và hình giải tích Oxyz.*
- Thời gian lý tưởng để một học sinh muốn được 9+ đề này là: *35 câu đầu làm (và kiểm tra lại) trong 20 phút; 10 câu tiếp theo làm trong 30-40 phút; 5 câu cuối dành 30-40 phút còn lại làm được càng nhiều càng tốt.*

3. Lời giải chi tiết.

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 5 học sinh?

- A. $5!$. B. A_5^3 . C. C_5^3 . D. 5^3 .

Chọn câu C.

Đây chính là tổ hợp chập 3 của 5, việc chọn học sinh ra không có tính thứ tự.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Giá trị của u_3 bằng

- A. 6. B. 9. C. 4. D. 5.

Chọn câu D.

Công sai $d = u_2 - u_1 = 2$ nên $u_3 = u_2 + d = 5$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	1	-1	1	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?

- A. $(-2; 2)$. B. $(0; 2)$. C. $(-2; 0)$. D. $(2; +\infty)$.

Chọn câu B.

Ta thấy trên $(0; 2)$ thì $f'(x) > 0$ và mũi tên có chiều hướng lên.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-3	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là:

- A. $x = -3$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $x = -2$.

Chọn câu D.

Vì $f'(x)$ đổi dấu từ $+$ sang $-$ khi hàm số qua $x = -2$ nên $x_{CD} = -2$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	1	3	5	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Chọn câu A.

Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi qua cả bốn số $x = -2, x = 1, x = 3, x = 5$ nên chúng đều là các điểm cực trị của hàm số $f(x)$.

Câu 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng:

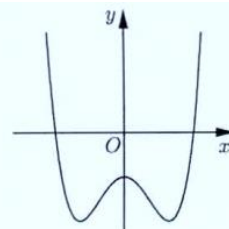
- A. $x=1$. B. $x=-1$. C. $x=2$. D. $x=-2$.

Chọn câu A.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+4}{x-1} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+4}{x-1} = +\infty$ nên $x=1$ là tiệm cận đứng.

Câu 7. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- A. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.
C. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. D. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.



Chọn câu B.

Đây chính là dạng của đồ thị hàm trùng phương có hệ số cao nhất dương, có ba điểm cực trị và cắt trục tung tại điểm có tung độ âm. Khi đó chỉ có $y = x^4 - 2x^2 - 1$ là thỏa mãn.

Câu 8. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- A. 0. B. 1. C. 2. D. -2.

Chọn câu C.

Để tìm tọa độ của giao điểm với trục tung, ta cho $x = 0$.

Câu 9. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(9a)$ bằng

- A. $\frac{1}{2} + \log_3 a$. B. $2 \log_3 a$. C. $(\log_3 a)^2$. D. $2 + \log_3 a$.

Chọn câu D.

Ta có $\log_3(9a) = \log_3 9 + \log_3 a = 2 + \log_3 a$.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y = 2^x$ là:

- A. $y' = 2^x \ln 2$. B. $y' = 2^x$. C. $y' = \frac{2^x}{\ln 2}$. D. $y' = x2^{x-1}$.

Chọn câu A.

Áp dụng công thức $(a^x)' = a^x \ln a$ với $a > 0, a \neq 1$.

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3}$ bằng

- A. a^6 . B. $a^{\frac{3}{2}}$. C. $a^{\frac{2}{3}}$. D. $a^{\frac{1}{6}}$.

Chọn câu B.

Ta có $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$ với mọi $a > 0$ và $m, n \in \mathbb{Z}^+$.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $5^{2x-4} = 25$ là:

- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

Chọn câu A.

Ta có $5^{2x-4} = 25 \Leftrightarrow 2x - 4 = 2 \Leftrightarrow x = 3$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_2(3x) = 3$ là:

- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = \frac{8}{3}$. D. $x = \frac{1}{2}$.

Chọn câu C.

Ta có $\log_2(3x) = 3 \Leftrightarrow 3x = 2^3 \Leftrightarrow x = \frac{8}{3}$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = 3x^2 - 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\int f(x) dx = 3x^3 - x + C$. B. $\int f(x) dx = x^3 - x + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}x^3 - x + C$. D. $\int f(x) dx = x^3 - C$.

Chọn câu B.

Áp dụng công thức nguyên hàm cơ bản: $\int (3x^2 - 1) dx = x^3 - x + C$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = \cos 2x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$. B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$.
C. $\int f(x) dx = 2 \sin 2x + C$. D. $\int f(x) dx = -2 \sin 2x + C$.

Chọn câu A.

Áp dụng công thức nguyên hàm cơ bản: $\int \cos(2x) dx = \frac{1}{2} \sin(2x) + C$.

Câu 16. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 5$ và $\int_2^3 f(x) dx = -2$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

- A. 3. B. 7. C. -10. D. -7.

Chọn câu A.

Ta có $\int_1^3 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx = 5 - 2 = 3$.

Câu 17. Tích phân $\int_1^2 x^3 dx$ bằng

- A. $\frac{15}{3}$. B. $\frac{17}{4}$. C. $\frac{7}{4}$. D. $\frac{15}{4}$.

Chọn câu D.

Ta có $\int_1^2 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_1^2 = \frac{2^4 - 1^4}{4} = \frac{15}{4}$.

Câu 18. Số phức liên hợp của số phức $z = 3 + 2i$ là:

- A. $\bar{z} = 3 - 2i$. B. $\bar{z} = 2 + 3i$. C. $\bar{z} = -3 + 2i$. D. $\bar{z} = -3 - 2i$.

Chọn câu A.

Ta có $\overline{(a + bi)} = a - bi$ nên $\bar{z} = 3 - 2i$.

Câu 19. Cho hai số phức $z = 3 + i$ và $w = 2 + 3i$. Số phức $z - w$ bằng

- A. $1 + 4i$. B. $1 - 2i$. C. $5 + 4i$. D. $5 - 2i$.

Chọn câu B.

Ta có $z - w = (3 + i) - (2 + 3i) = 1 - 2i$.

Câu 20. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $3 - 2i$ có tọa độ là

- A. $(2; 3)$. B. $(-2; 3)$. C. $(3; 2)$. D. $(3; -2)$.

Chọn câu D.

Điểm biểu diễn của $z = a + bi$ có tọa độ là $(a; b)$ nên $3 - 2i$ biểu diễn bởi $(3; -2)$.

Câu 21. Một khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối chóp đó bằng

- A. 10. B. 30. C. 90. D. 15.

Chọn câu A.

Thể tích khối chóp là: $\frac{1}{3}S \times h$ với $S =$ diện tích đáy, $h =$ chiều cao nên $V = \frac{6 \times 5}{3} = 10$.

Câu 22. Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2; 3; 7 bằng

- A. 14. B. 42. C. 126. D. 12.

Chọn câu B.

Thể tích cần tìm là $V = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$.

Câu 23. Công thức tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy r và chiều cao h là:

- A. $V = \pi r h$. B. $V = \pi r^2 h$. C. $V = \frac{1}{3} \pi r h$. D. $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

Chọn câu D.

Đây là công thức SGK.

Câu 24. Một hình trụ có bán kính đáy $r = 4$ cm và độ dài đường sinh $l = 3$ cm. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

- A. $12\pi \text{ cm}^2$. B. $48\pi \text{ cm}^2$. C. $24\pi \text{ cm}^2$. D. $36\pi \text{ cm}^2$.

Chọn câu C.

Ta có $S_{xq} = 2\pi r l = 2\pi \cdot 4 \cdot 3 = 24\pi \text{ (cm}^2\text{)}$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$ và $B(3;1;0)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là
A. $(4;2;2)$. B. $(2;1;1)$. C. $(2;0;-2)$. D. $(1;0;-1)$.

Chọn câu B.

Trung điểm I của AB có tọa độ là $x_I = \frac{3+1}{2} = 2, y_I = \frac{1+1}{2} = 1, z_I = \frac{2+0}{2} = 1$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$ có bán kính bằng
A. 9. B. 3. C. 81. D. 6.

Chọn câu B.

Phương trình mặt cầu là: $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ nên $R^2 = 9 \Rightarrow R = 3$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;-2;1)$?
A. $(P_1): x + y + z = 0$. B. $(P_2): x + y + z - 1 = 0$.
C. $(P_3): x - 2y + z = 0$. D. $(P_4): x + 2y + z - 1 = 0$.

Chọn câu A.

Thay tọa độ của điểm M trực tiếp vào các phương trình để kiểm tra.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1;-2;1)$?
A. $\vec{u}_1 = (1;1;1)$. B. $\vec{u}_2 = (1;2;1)$. C. $\vec{u}_3 = (0;1;0)$. D. $\vec{u}_4 = (1;-2;1)$.

Chọn câu D.

Ta có $\overrightarrow{OM} = (1;-2;1)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng OM .

Câu 29. Chọn ngẫu nhiên một số trong 15 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số chẵn bằng
A. $\frac{7}{8}$. B. $\frac{8}{15}$. C. $\frac{7}{15}$. D. $\frac{1}{2}$.

Chọn câu C.

Trong 15 số nguyên dương đầu tiên $1, 2, 3, \dots, 15$, ta đếm được có 7 số chẵn nên xác suất cần tìm là $\frac{7}{15}$.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên \mathbb{R} ?
A. $y = \frac{x+1}{x-2}$. B. $y = x^2 + 2x$. C. $y = x^3 - x^2 + x$. D. $y = x^4 - 3x^2 + 2$.

Chọn câu C.

Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} trước hết phải có tập xác định $D = \mathbb{R}$, loại câu A, xét các câu khác. Chỉ có $(x^3 - x^2 + x)' = 3x^2 - 2x + 1 > 0, \forall x$ nên $y = x^3 - x^2 + x$ đồng biến trên \mathbb{R} .

Câu 31. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $[0; 2]$. Tổng $M + m$ bằng

- A. 11. B. 14. C. 5. D. 13.

Chọn câu D.

Ta có $f'(x) = 4x^3 - 4x$ và $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = \pm 1$. Trên $[0; 2]$, ta xét các giá trị

$$f(0) = 3, f(1) = 2, f(2) = 11.$$

Do đó $M = 11, m = 2$ và $M + m = 13$.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{4-x^2} \geq 27$ là

- A. $[-1; 1]$. B. $(-\infty; 1]$. C. $[-\sqrt{7}; \sqrt{7}]$. D. $[1; +\infty)$.

Chọn câu A.

Ta có $3^{4-x^2} \geq 27 \Leftrightarrow 4 - x^2 \geq \log_3 27 = 3 \Leftrightarrow x^2 \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$.

Câu 33. Nếu $\int_1^3 [2f(x) + 1] dx = 5$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

- A. 3. B. 2. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{3}{2}$.

Chọn câu D.

Áp dụng tính chất tích phân $5 = \int_1^3 2f(x) + 1 dx = 2 \int_1^3 f(x) dx + 2 \Rightarrow \int_1^3 f(x) dx = \frac{3}{2}$.

Câu 34. Cho số phức $z = 3 + 4i$. Môđun của số phức $(1+i)z$ bằng

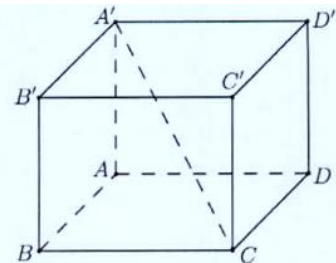
- A. 50. B. 10. C. $\sqrt{10}$. D. $5\sqrt{2}$.

Chọn câu D.

Dùng tính chất modun của tích: $|(1+i)z| = |1+i||3+4i| = \sqrt{2} \cdot 5 = 5\sqrt{2}$.

Câu 35. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = 2$ và $AA' = 2\sqrt{2}$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng CA' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 30° . B. 45° .
C. 60° . D. 90° .



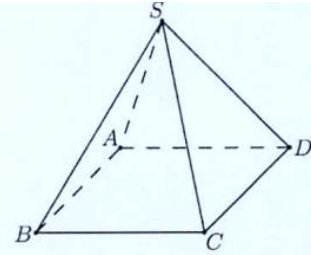
Chọn câu B.

Góc cần tìm là $A'CA = \alpha$. Vì đây là hình vuông nên $AC = AB\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ và

$$\tan \alpha = \frac{AA'}{AC} = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ.$$

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng 2 và độ dài cạnh bên bằng 3 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. $\sqrt{7}$. B. 1.
C. 7. D. $\sqrt{11}$.



Chọn câu A.

Gọi O là tâm của đáy thì $d[S, (ABCD)] = SO$. Ta có $OA = \frac{AC}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$ và $SA = 3$ nên $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{3^2 - 2} = \sqrt{7}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm là gốc tọa độ O và đi qua điểm $M(0;0;2)$ có phương trình là:

- A. $x^2 + y^2 + z^2 = 2$. B. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.
C. $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$. D. $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 2$.

Chọn câu B.

Bán kính của mặt cầu là $MO = 2$, và do có tâm ở $O(0;0;0)$ nên có phương trình là

$$x^2 + y^2 + z^2 = 4.$$

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;-1)$ và $B(2;-1;1)$ có phương trình tham số là:

- A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-3t \\ z = -1+2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-3t \\ z = 1+2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -3+2t \\ z = 2-t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+2t \\ z = -t \end{cases}$.

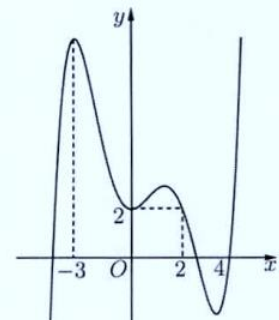
Chọn câu A.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;-3;2)$ là vector chỉ phương của đường thẳng, nó đi qua điểm $A(1;2;-1)$ nên có phương trình tham số là

$$\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-3t \\ z = -1+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(2x) - 4x$ trên đoạn $\left[-\frac{3}{2}; 2\right]$ bằng

- A. $f(0)$. B. $f(-3) + 6$.
C. $f(2) - 4$. D. $f(4) - 8$.



Chọn câu C.

Đặt $2x = t$ thì $t \in [-3; 4]$ và ta đưa về xét $h(t) = f(t) - 2t$. Ta có $h'(t) = f'(t) - 2$ nên dựa vào đồ thị đã cho thì $h'(t) = 0$ có hai nghiệm $t = 0, t = 2$, trong đó $f'(t) - 2$ lại không đổi dấu khi qua $t = 0$, còn $h'(t)$ đổi dấu từ $+$ sang $-$ khi qua $t = 2$.

Lập bảng biến thiên cho $h(t)$ trên $[-3; 4]$, ta có $\max h(t) = h(2) = f(2) - 4$.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y có không quá 10 số nguyên x thỏa mãn $(2^{x+1} - \sqrt{2})(2^x - y) < 0$?

- A. 1024. B. 2047. C. 1022. D. 1023.

Chọn câu A.

Đặt $t = 2^x > 0$ thì ta có bất phương trình $(2t - \sqrt{2})(t - y) < 0$ hay $(t - \frac{\sqrt{2}}{2})(t - y) < 0$ (*).

Vì $y \in \mathbb{Z}^+$ nên $y > \frac{\sqrt{2}}{2}$, do đó (*) $\Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} < t < y \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} < 2^x < y \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x < \log_2 y$.

Nếu $\log_2 y > 10$ thì $x \in \{0, 1, 2, \dots, 10\}$ đều là nghiệm, không thỏa. Suy ra $\log_2 y \leq 10$ hay $y \leq 2^{10} = 1024$, từ đó có $y \in \{1, 2, \dots, 1024\}$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2 - 2x + 3 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(2 \sin x + 1) \cos x dx$ bằng

- A. $\frac{23}{3}$. B. $\frac{23}{6}$. C. $\frac{17}{6}$. D. $\frac{17}{3}$.

Chọn câu B.

Trong tích phân I đã cho, đặt $t = 2 \sin x + 1$ thì $dt = 2 \cos x dx$. Ta có

$$I = \frac{1}{2} \int_1^3 f(t) dt = \frac{1}{2} \int_1^2 (t^2 - 2t + 3) dt + \frac{1}{2} \int_2^3 (t^2 - 1) dt = \frac{23}{6}.$$

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$ và $(z + 2i)(\bar{z} - 2)$ là số thuần ảo?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 4.

Chọn câu C.

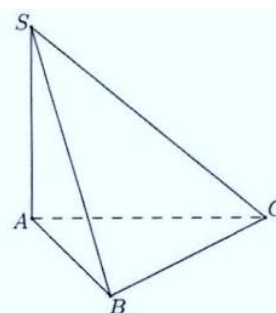
Đặt $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ thì

$$(z + 2i)(\bar{z} - 2) = (a + (b + 2)i)(a - 2 - bi) = a(a - 2) + b(b + 2).$$

Do đó, ta có hệ $\begin{cases} a^2 + b^2 = 2 \\ a(a - 2) + b(b + 2) = 0 \end{cases}$ hay $\begin{cases} a^2 + b^2 = 2 \\ a - b = 1 \end{cases}$. Giải hệ này được hai nghiệm.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) bằng 45° (tham khảo hình bên). Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3}{8}$. B. $\frac{3a^3}{8}$.
C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

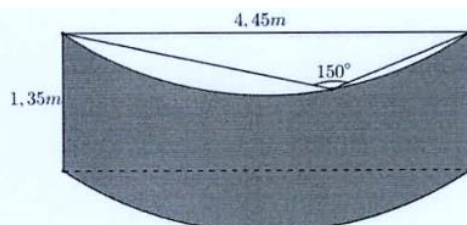


Chọn câu A.

Gọi M là trung điểm BC thì $AM \perp BC$ và $SA \perp BC$ nên $BC \perp (SAM)$. Từ đây dễ thấy góc cần tìm là $\alpha = \angle ASM = 45^\circ$. Do đó, $\triangle SAM$ vuông cân ở A và $SA = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\text{Suy ra } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{8}.$$

Câu 44. Ông Bình làm lan can ban công ngôi nhà của mình bằng một tấm kính cường lực. Tấm kính đó là một phần của mặt xung quanh của một hình trụ như hình bên. Biết giá tiền của 1m^2 kính như trên là 1.500.000 đồng. Hỏi số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) mà ông Bình mua tấm kính trên là bao nhiêu?



- A. 23.591.000 đồng.
C. 9.437.000 đồng.

- B. 36.173.000 đồng.
D. 4.718.000 đồng.

Chọn câu C.

Gọi r là bán kính đáy của hình trụ thì ta có $4,45 = 2r \cdot \sin 150^\circ \Rightarrow r = 4,45$. Từ đó suy ra góc ở tâm ứng với cung này là 60° và cung này bằng $\frac{1}{6}$ chu vi đường tròn đáy.

Ta có diện tích xung quanh của các hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rh$ nên diện tích của tấm kính chính là $\frac{1}{6} \cdot 2\pi rh = \frac{\pi rh}{3}$. Do đó, giá tiền là $1.500.000 \times \frac{\pi \cdot 4,45 \cdot 1,35}{3} \approx 9.437.000$ đồng.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$, $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$. Đường thẳng vuông góc với (P) , đồng thời cắt cả d_1 và d_2 có phương trình là:

A. $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{-1}$.

B. $\frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-2}$.

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{-1}$.

D. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

Chọn câu A.

Gọi $A(2a+1, a, -2a-1)$ và $B(b+2, 2b, -b-1)$ lần lượt là giao điểm của đường thẳng d cần tìm với d_1, d_2 . Ta có $\vec{AB} = (b-2a+1, 2b-a, -b+2a)$ nên để $d \perp (P)$ thì

$$\frac{b-2a+1}{2} = \frac{2b-a}{2} = \frac{-b+2a}{-1}.$$

Giải ra được $(a; b) = (0; 1)$ nên $\vec{AB} = (2; 2; -1)$ và $A(1; 0; -1), B(3; 2; -2)$. Từ đó viết được

$$(d): \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{-1}.$$

Câu 46. Cho $f(x)$ là hàm số bậc bốn thỏa mãn $f(0) = 0$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	-1	$-\frac{61}{3}$	$+\infty$

Hàm số $g(x) = |f(x^3) - 3x|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. 2.

Chọn câu A.

Ta có $f'(x)$ bậc ba có 2 điểm cực trị là $x = -3, x = -1$ nên $f''(x) = a(x+3)(x+1)$. Suy ra $f'(x) = a\left(\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x\right) + b$. Từ $f'(-3) = -1$ và $f'(-1) = -\frac{61}{3}$, giải ra $a = \frac{29}{2}, b = -1$ hay $f'(x) = \frac{29}{2}\left(\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x\right) - 1$. Do đó $f'(0) = -1 < 0$.

Đặt $h(x) = f(x^3) - 3x$ thì $h'(x) = 3x^2 f'(x^3) - 3$ nên $h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x^3) = \frac{1}{x^2}$. (*)

Trên $(-\infty; 0)$ thì $f'(x) < 0$ nên $f'(x^3) < 0, \forall x < 0$, kéo theo (*) vô nghiệm trên $(-\infty; 0]$.

Xét $x > 0$ thì $f'(x)$ đồng biến còn $\frac{1}{x^2}$ nghịch biến nên (*) có không quá 1 nghiệm. Lại có

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(f'(x^3) - \frac{1}{x^2}\right) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(f'(x^3) - \frac{1}{x^2}\right) = +\infty$ nên (*) có đúng nghiệm $x = c > 0$.

Xét bảng biến thiên của $h(x)$:

x	$-\infty$	0	c	$+\infty$
$h(x)$		$-$	0	$+$
$h(x)$	$+\infty$		$h(c)$	$+\infty$

Vì $h(0) = f(0) = 0$ nên $h(c) < 0$ và phương trình $h(x) = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt, khác c . Từ đó $|h(x)|$ sẽ có 3 điểm cực trị.

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên a ($a \geq 2$) sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn:

$$(a^{\log x} + 2)^{\log a} = x - 2?$$

A. 8.

B. 9.

C. 1.

D. Vô số.

Chọn câu A.

Điều kiện $x > 0$. Đặt $y = a^{\log x} + 2 > 0$ thì $y^{\log a} = x - 2 \Leftrightarrow a^{\log y} + 2 = x$. Từ đó ta có hệ

$$\begin{cases} y = a^{\log x} + 2 \\ x = a^{\log y} + 2 \end{cases}$$

Do $a \geq 2$ nên hàm số $f(t) = a^t + 2$ là đồng biến trên \mathbb{R} . Giả sử $x \geq y$ thì $f(y) \geq f(x)$ sẽ kéo theo $y \geq x$, tức là phải có $x = y$. Tương tự nếu $x \leq y$.

Vì thế, ta đưa về xét phương trình $x = a^{\log x} + 2$ với $x > 0$ hay $x - x^{\log a} = 2$.

Ta phải có $x > 2$ và $x > x^{\log a} \Leftrightarrow 1 > \log a \Leftrightarrow a < 10$.

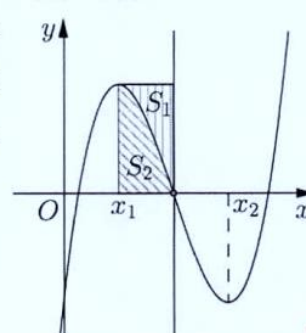
Ngược lại, với $a < 10$ thì xét hàm số liên tục $g(x) = x - x^{\log a} - 2 = x^{\log a}(x^{1-\log a} - 1) - 2$ có

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty \text{ và } g(2) < 0.$$

nên $g(x)$ sẽ có nghiệm trên $(2; +\infty)$. Do đó, mọi số $a \in \{2, 3, \dots, 9\}$ đều thỏa mãn.

Câu 48. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Biết hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_2 = x_1 + 2$ và $f(x_1) + f(x_2) = 0$. Gọi S_1 và S_2 là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình bên. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{5}{8}$. C. $\frac{3}{8}$. D. $\frac{3}{5}$.



Chọn câu D.

Rõ ràng kết quả bài toán không đổi nếu ta tịnh tiến đồ thị sang trái cho điểm uốn trùng gốc tọa độ O . Gọi $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ là hàm số khi đó thì dễ thấy $g(x)$ lẻ nên có ngay $b = d = 0$ và $g(x) = ax^3 + cx$ có hai điểm cực trị tương ứng là $-1, 1$, cũng là nghiệm của $3ax^2 + c = 0$. Từ đó dễ dàng có $g(x) = k(x^3 - 3x)$ với $k > 0$.

Xét diện tích hình chữ nhật $S_1 + S_2 = |(-1) \cdot g(-1)| = 2k$. Ngoài ra,

$$S_2 = k \int_{-1}^0 |x^3 - 3x| dx = \frac{5}{4}k.$$

Vì thế $S_1 = 2k - \frac{5k}{4} = \frac{3k}{4}$ và $\frac{S_1}{S_2} = \frac{3}{5}$.

Câu 49. Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 1, |z_2| = 2$ và $|z_1 - z_2| = \sqrt{3}$. Giá trị lớn nhất của $|3z_1 + z_2 - 5i|$ bằng

- A. $5 - \sqrt{19}$. B. $5 + \sqrt{19}$. C. $-5 + 2\sqrt{19}$. D. $5 + 2\sqrt{19}$.

Chọn câu B.

Đặt $z_1 = a + bi, z_2 = c + di$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. Theo giả thiết thì

$$a^2 + b^2 = 1, c^2 + d^2 = 4, (a - c)^2 + (b - d)^2 = 3.$$

Do đó $a^2 - 2ac + c^2 + b^2 - 2bd + d^2 = 3 \Rightarrow ac + bd = 1$.

Ta có $3z_1 + z_2 = 3(a + c) + (3b + d)i$ nên

$$|3z_1 + z_2| = (3a + c)^2 + (3b + d)^2 = 9(a^2 + b^2) + (c^2 + d^2) + 6(ac + bd) = 19.$$

Áp dụng bất đẳng thức $|z + z'| \leq |z| + |z'|$, ta có ngay

$$|3z_1 + z_2 - 5i| \leq |3z_1 + z_2| + |-5i| = \sqrt{19} + 5.$$

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3)$ và $B(6;5;5)$. Xét khối nón (N) có đỉnh A , đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB . Khi (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình dạng $2x + by + cz + d = 0$. Giá trị của $b + c + d$ bằng

A. -21. B. -12. C. -18. D. -15.

Chọn câu C.

Xét bài toán sau: Cho khối nón (N) có đỉnh A , đáy có tâm là I , bán kính r và chiều cao h nội tiếp mặt cầu (S) có tâm O , bán kính R . Tìm thể tích lớn nhất của khối nón.

Để V_N max thì ta xét $h \geq R$ (vì nếu $h < R$ thì đối xứng đường tròn đáy của (N) qua tâm O , ta có bán kính đáy giữ nguyên nhưng chiều cao tăng lên). Khi đó $OI = h - R$ và

$$r^2 = R^2 - (h - R)^2 = h(2R - h) \text{ nên } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi(2R - h)h^2.$$

Theo bất đẳng thức Cô-si thì $(2R - h) \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{h}{2} \leq \left(\frac{2R}{3}\right)^3$ nên $V \leq \frac{8\pi R^3}{81}$. Giá trị lớn nhất này

đạt được khi $2R - h = \frac{h}{2} \Leftrightarrow h = \frac{4R}{3}$.

Trở lại bài toán, theo kết quả trên, để $V_{(N)}$ max thì $I \in AB$ sao cho $AI = \frac{4R}{3} = \frac{2AB}{3}$ hay

$$\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}(4;4;2) = \left(\frac{8}{3}; \frac{8}{3}; \frac{4}{3}\right), \text{ trong đó } I \text{ là tâm đường tròn đáy. Từ đó } I\left(\frac{14}{3}; \frac{11}{3}; \frac{13}{3}\right).$$

Ta cũng có $\overrightarrow{AB} = (4;4;2) \parallel (2;2;1)$ vuông góc (I) nên mặt phẳng cần tìm có phương trình

$$2\left(x - \frac{14}{3}\right) + 2\left(y - \frac{11}{3}\right) + \left(z - \frac{13}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y + z - 21 = 0.$$

Vì thế $(b, c, d) = (2, 1, -21)$ nên $b + c + d = -18$.



Chúc các em học sinh có một mùa thi Đại học thật thành công!